* La relation indépendante du temps entre q(t) et i(t).

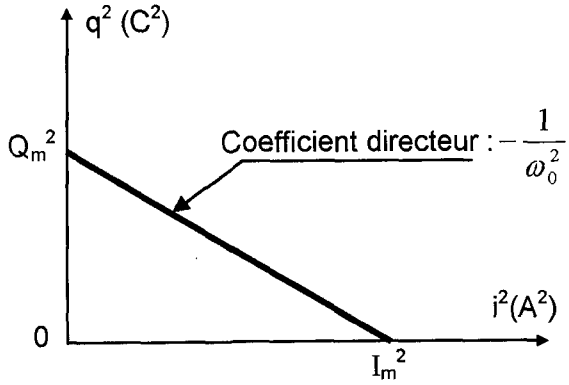
$q(t) = Q_m.\sin(\omega_0.t + \varphi_q)$ et $i(t) = Q_m \omega_0.\cos(\omega_0.t + \varphi_q)$ alors

$q^2(t) = Q_m^2.\sin^2(\omega_0.t + \varphi_q)$ et $i^2(t) = Q_m^2 \omega_0^2.\cos^2(\omega_0.t + \varphi_q)$ alors

$\frac{q^2(t)}{Q_m^2} = \sin^2(\omega_0.t + \varphi_q)$ et $\frac{i^2(t)}{Q_m^2\omega_0^2} = \cos^2(\omega_0.t + \varphi_q)$ alors $\frac{q^2(t)}{Q_m^2} + \frac{i^2(t)}{Q_m^2\omega_0^2} = 1$ alors $i^2 = -\omega_0^2 q^2 + \omega_0^2 Q_m^2$ et

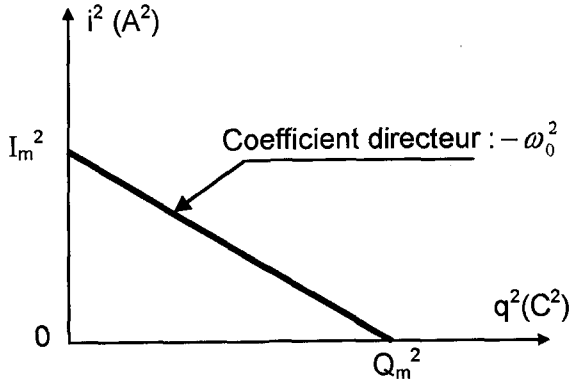
$q^2 = -\frac{1}{\omega_0^2} i^2 + Q_m^2$.

* Représentation graphique de $q^2 = f(i^2)$.



$q^2 = -\frac{1}{\omega_0^2} i^2 + Q_m^2$.

Représentation graphique de $i^2 = f(q^2)$.



$i^2 = -\omega_0^2 q^2 + \omega_0^2 Q_m^2$

* Conservation de l'énergie électromagnétique emmagasinée dans le circuit LC.

1ère méthode :

$E_T = \frac{1}{2} C u_C^2 + \frac{1}{2} L. i^2$ alors $\frac{dE_T}{dt} = C u_C \frac{du_c}{dt} + L. i. \frac{di}{dt} = u_C i + L. i. \frac{di}{dt} = i.(u_C + L. \frac{di}{dt}) = 0$, car

d'après l'équation différentielle $L. \frac{di}{dt} + u_C = 0$ par suite $\frac{dE_T}{dt} = 0$ donc le circuit LC est conservatif.

2 ème méthode :

$E_T = \frac{1}{2} C u_C^2 + \frac{1}{2} L. i^2 = \frac{1}{2} C U_{Cm}^2 \sin^2(\omega_0.t + \varphi_{u_c}) + \frac{1}{2} L I_m^2 \cos^2(\omega_0.t + \varphi_q)$ or $I_m^2 = Q_m^2 \times \omega_0^2 = C^2 U_{Cm}^2 \times \frac{1}{LC}$

d'où $E_T = \frac{1}{2} C U_{Cm}^2 \sin^2(\omega_0.t + \varphi_{u_c}) + \frac{1}{2} L C^2 U_{Cm}^2 \times \frac{1}{LC} \cos^2(\omega_0.t + \varphi_q)$ alors

$E_T = \frac{1}{2} C U_{Cm}^2 (\sin^2(\omega_0.t + \varphi_{u_c}) + \cos^2(\omega_0.t + \varphi_q)) = \frac{1}{2} C U_{Cm}^2 = \frac{1}{2} \frac{Q_m^2}{C} = \frac{1}{2} L I_m^2 = Cte.$

3 ème méthode :

$E_T = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} L. i^2$ or $i^2 = -\omega_0^2 q^2 + \omega_0^2 Q_m^2$ donc $E_T = \frac{1}{2} \frac{Q_m^2}{C} = \frac{1}{2} L. I_m^2$.